

« Autour du cercle » en 6ème » Circonférence et proportionnalité

Version 11/06/19

Sommaire

1. Description de la séquence.....	2
2. Exemples de travaux d'élèves.....	4
3. Fiches élèves à photocopier.....	7



Opération soutenue par l'État dans le cadre du volet e-FRAN du Programme d'investissement d'avenir, opéré par la Caisse des Dépôts



1. Description de la séquence

Objectif(s) de la séquence¹	Répondre aux questions suivantes : Y-a-t-il un « lien » entre la circonférence et le diamètre du cercle ? Si oui, lequel ?
Prérequis(s) pour les élèves	Aucun pré-requis spécifique (mathématiques et tableur)
Ressources numériques pour les élèves	Calculatrice et tableur sont une aide pour formuler la conjecture.
Autonomie des élèves	Les élèves choisissent les objets à mesurer et les instruments de mesure. Le travail coopératif en autonomie est une aide pour formuler et tester la conjecture.
Objectifs des étapes de la séquence	Une étape peut durer une partie de séance ou une séance entière. <ul style="list-style-type: none">• Mesurer diamètre et circonférence d'un cercle à l'aide d'instruments adaptés sur des objets à base ronde de la vie courante. Répertorier et organiser les mesures dans un tableau.• Conjecturer sur le « lien » entre diamètre et circonférence d'un même cercle (avec la calculatrice et/ou le tableur).• Reproduire des cercles sur papier (avec les objets comme gabarits) puis tracer des cercles avec le compas pour vérifier la formule.• Travailler le vocabulaire : cercle, disque, périmètre, circonférence, pi.
Organisation générale de la classe	Îlots de 3 ou 4 élèves pour des temps de travail coopératif entre élèves, ou des temps de travail individuels.

¹ Remerciements : à l'ensemble de l'équipe des professeurs du collège Max Jacob à Quimper à l'origine de cette séquence.

Trame de la séquence « Autour du cercle »

Étapes	Titre et contenu des séances	Ressources des élèves	Organisation de classe
E1	<p>Mesurer et organiser des données</p> <p>Question au tableau : Y-a-t-il un « lien » entre la circonférence et le diamètre du cercle ? Si oui, lequel ?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mesurer diamètre et circonférence d'un cercle à l'aide d'instruments adaptés. - Répertorier et organiser les mesures dans un tableau 	<ul style="list-style-type: none"> - Objets de la vie courante à base ronde : boîtes de conserves, tamis, tube de colle, boîtes diverses, etc. - Instruments de mesure, à disposition suivant la demande des élèves : réglets, bout de ficelle, mètre-ruban, pieds à coulisse, etc. - Fiche 1 	<ul style="list-style-type: none"> - Classe entière - Travail coopératif entre élèves des îlots
E2	<p>Construire collectivement une conjecture</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conjecturer sur le « lien » entre diamètre et circonférence d'un même cercle - Bilan d'étape : présentation du nombre pi comme coefficient entre diamètre et circonférence d'un cercle 	<ul style="list-style-type: none"> - Travail sur la fiche 1 avec la calculatrice pour îlot - Un élève de chaque groupe rentre ses données (diamètre et circonférence) sur le tableur vidéo-projeté à la classe - Règle graduée - Calculatrice à disposition - Fiche 2 	<ul style="list-style-type: none"> - Classe entière - Travail coopératif entre élèves des îlots puis de la classe entière - Un ordinateur - Vidéo-projecteur
E3	<p>Entraînements</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reproduire des cercles sur papier (avec les objets comme gabarits) et vérifier la conjecture - Tracer des cercles connaissant le rayon ou le diamètre 	<ul style="list-style-type: none"> - Objets de la vie courante à base ronde : boîtes de conserves, tamis, tube de colle, boîtes diverses, etc. - Feuille blanche - Compas et règle graduée - Fiche 3 	<ul style="list-style-type: none"> - Classe entière - Travail individuel des élèves
E4	<p>Synthèse</p> <p>Mémo de la séquence : vocabulaire du cercle, disque, périmètre, circonférence, pi.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Fiche 4 	<ul style="list-style-type: none"> - Classe entière : lecture collective



Exemples d'objets à mesurer

2. Exemples de travaux d'élèves

- Exemples de travaux d'élèves : fiche 1 (étapes 1 et 2)

Une fois la fiche 1 complétée pour les deux colonnes, certains groupes commencent à envisager un coefficient entre les valeurs des deux colonnes : 3 ou 4 par exemples. Un groupe propose les coefficients suivants : 3,16 ; 3,42 ; 3,36;3,52;3,43.

nom de l'objet	diamètre	coefficient	circonférence
boite de conserve Maitre	19	$\times 3$	57
boite de conserve	15,4	$\times 3$	46,2
Pringles Hot & Spicy	7,5	$\times 3$	22,5
Oldelfaso	8,5	$\times 3$	25,5

nom de l'objet	diamètre	coefficient	circonférence
Couvercle	6,1 cm	$\times 4$	24,4 cm
boite de conserve moyenne	10 cm	$\times 3$	30 cm
boite de conserve grande	19 cm	$\times 3$	57 cm
Cylindre en carton	7 cm	$\times 3$	21 cm
Cylindre à gâteaux	9,2 cm	$\times 3$	27,6 cm

nom de l'objet	diamètre	coefficient	circonférence
Tampis	50 cm	$\times 3,16$	158 cm
Platimine	19 cm	$\times 3,42$	65 cm
Ascot Selection	13,7 cm	$\times 3,36$	45,8 cm
Pringles	7,5 cm	$\times 3,16$	23,7 cm
Couvercle blanc	23 cm	$\times 3,52$	81 cm
Robot Navire	6,7 cm	$\times 3,43$	23 cm

nom de l'objet	diamètre	circonférence	
Conserve Cœurs de palmier	9,7	31,5	$9,7 \times 3 = 29$
boîte de célébrations.	19	57 .60	$19 \times 3 =$
boîte couvercle en plastique	31 22,3	70	$22,3 \times 3 =$
Kamember	11	36,5	$11 \times 3 =$
Pringles origines	7,5	24	$7,5 \times 3 =$
Pringle couper en 2	7,5	24	$7,5 \times 3 =$
TILAMIS	40 50	160	$50 \times 3 =$
les Congresse	9	29	$9 \times 3 =$
playtime	19	61	$19 \times 3 =$

- Exemples de travaux d'élèves : fiche 2 (étape 2)

A partir des mesures effectuées lors de la première séance, proposer un lien.

le diamètre est toujours plus petit que la circonférence.
le diamètre est plus petit que la moitié du cercle.

Valider ou changer de proposition. La calculatrice est autorisée. (ou tableur)

le diamètre est 3x plus petit que la circonférence

A partir des mesures effectuées lors de la première séance, proposer un lien.

• Le diamètre est 3 fois plus petit que la circonférence pas tout le temps

Valider ou changer de proposition. La calculatrice est autorisée. (ou tableur)

Nous, avons refait notre mesure et il était bon c'était une erreur de mesure (couvercle 1ère mesure du tableau)

Y a-t-il un **lien** entre la circonférence et le diamètre du cercle ? si oui, lequel ? »

A partir des mesures effectuées lors de la première séance, proposer un **lien**.

Le diamètre est toujours plus petit que la circonférence.

Valider ou changer de proposition. La calculatrice est autorisée. (ou tableur)

~~19,5 x 3 = 58,2~~ 15,5 x 3 = 46,5 19,5 x 3,1 = 60,45

• Exemples de tableurs remplis par les élèves (tableur, étape 2)

- Classe 1 : avec les colonnes : diamètre × 3 ; diamètre × 3,5 ; diamètre × 4 ; rapport entre circonférence et diamètre (de 3,10 à 3,25).

	A	B	C	D	E	F	G
1	nom de l'objet	diamètre	circonférence	x3	x3,5	x4	circonférence/diamètre
2	boite de conserve	9,7	31,5	29,1	33,95	38,8	3,25
3	tamis	50	158	150	175	200	3,16
4	boite de chips	7,2	24	21,6	25,2	28,8	3,33
5	boite de chocolats	19	60	57	66,5	76	3,16
6	boite de conserve 2	15,5	48	46,5	54,25	62	3,10

- Classe 2 : avec les colonnes : diamètre × 3 ; diamètre × 3,2 ; rapport entre circonférence et diamètre (de 3,00 à 3,67 et 3,14 est trouvé une fois).

	A	B	C	D	E	F
1	nom de l'objet	diamètre en cm	circonférence en cm	TRIPLE du diamètre	x3,2	circonférence/diamètre
2	couvercle	6,1	22,4	18,3	19,52	3,67
3	boite de conserve grande	19	59,7	57	60,8	3,14
4	cylindre en carton	7	22,7	21	22,4	3,24
5	cylindre a gateaux	9,2	30,4	27,6	29,44	3,30
6	Odel paso	8,5	27	25,5	27,2	3,18
7		15,4	49	46,2	49,28	3,18
8						
9	purée	20,5	61,5	61,5	65,6	3,00
10	bonbons	14,6	45	43,8	46,72	3,08
11	Pringles	6,4	24	19,2	20,48	3,75
12	grand couvercle	28	73	84	89,6	2,61
13	m et m's	13,3	44	39,9	42,56	3,31
14		7,7	23,8	23,1	24,64	3,09
15		4,9	17,3	14,7	15,68	3,53
16		13,8	45,7	41,4	44,16	3,31
17		2	6	6	6,4	3,00

3. Fiches élèves à photocopier

Fiche 2 « Autour du cercle » : conjecturer

Classe : Date :

Nom et prénom de l'élève :

Noms et prénoms des membres du groupe :

.....

Compétences mathématiques cycle 3 : conjecturer, chercher, raisonner en mathématiques E : élève et P : professeur		Très satisfaisant		Satisfaisant		Fragile		Insuffisant	
		E	P	E	P	E	P	E	P
Chercher	Émettre une conjecture (proposition du groupe)								
	Valider, corriger une démarche, en adopter une nouvelle								
Raisonner	Progresser collectivement dans une investigation, prendre en compte le point de vue d'autrui								

Question :

Y a-t-il un « lien » entre la circonférence et le diamètre du cercle ?

Si oui, lequel ?

1) À partir des mesures effectuées lors de la première séance, proposer un « lien ».

2) Valider ou changer de proposition. La calculatrice ou le tableur sont autorisés.

3) Bilan de la discussion en groupe classe

Fiche 3 « Autour du cercle » : entraînements

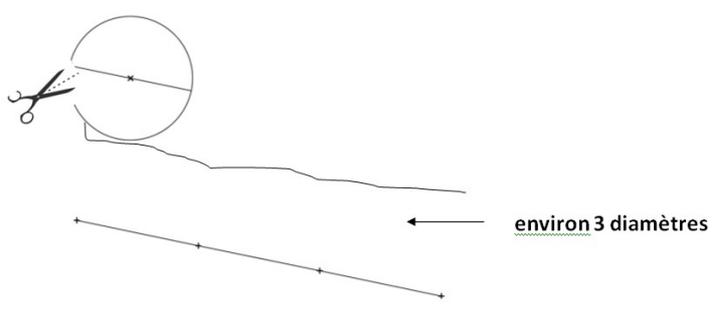
Classe : Date :

Prénom et Nom :

Mémo « pour s'entraîner »

Pour calculer la longueur L (cm) d'un cercle, il suffit de multiplier le diamètre D (cm) par le nombre Pi.
 Pi (noté π) est environ égal à 3,14.

$L \approx D \times 3,14$



- 1) Reporte trois cercles avec des objets comme gabarits sur une feuille blanche.
- 2) Complète le tableau suivant.

Mesure du diamètre D (cm)	Calcul approximatif de la circonférence ou longueur du cercle L (cm)	Mesure de la circonférence (cm)
D = cm	$L \approx D \times 3,14$ $L \approx \times 3,14$ $L \approx \text{ cm}$	

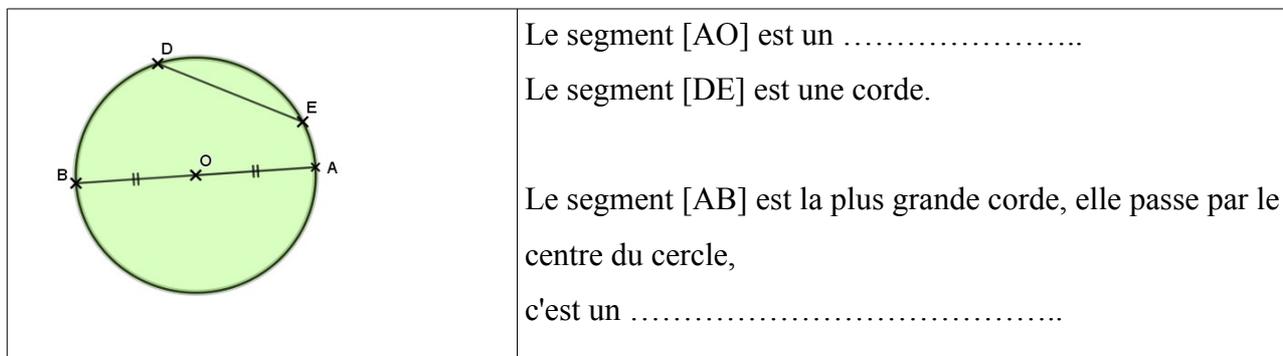
- 3) Au dos de cette fiche, trace cinq cercles de diamètres respectifs : 10 cm ; 7 cm ; 5,4 cm ; 3,6 cm et 4,5 cm
 Calcule la longueur de chaque cercle, en écrivant tes opérations sur la feuille.

Fiche 4 « Autour du cercle » : mémo

Circonférence (ou longueur) du cercle ou périmètre du disque²

I – Vocabulaire, définition

Un **cercle** est l'ensemble des points situés à la même distance d'un point.
Ce point est le centre du cercle et cette distance est le rayon du cercle.



Un **disque** est l'ensemble des points tous situés à une distance inférieure ou égale au rayon (tous les points situés sur le cercle et tous les points situés sur la zone verte).

II- Périmètre d'un disque (ou circonférence du cercle, ou longueur du cercle)

Le périmètre d'un disque est **proportionnel** à son diamètre : on obtient le périmètre en multipliant le diamètre toujours par le **même nombre**.

Ce nombre est **pi** noté : π .

$P = \pi \times D$ $P = \pi \times 2 \times R$	<p>P est le périmètre (cm) D est le diamètre (cm) R est le rayon (cm)</p>
--	---

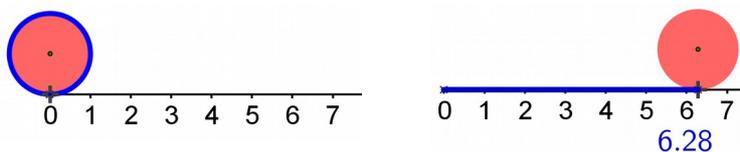
On peut prendre en général 3,14 comme coefficient de proportionnalité :

$$P = 3,14 \times D$$

$$P = 3,14 \times 2 \times R$$

Remarque : pour plus de précision, on peut prendre 3,141 ou 3,1416.

Pour $R=1$, $P \approx 6,28$:



² Référence : Stainer, H., Le Behec-Bonjean, G., & Rouquès, J.-P. (2014). *Des maths ensemble et pour chacun*. CRDP Pays de Loire : Nantes.